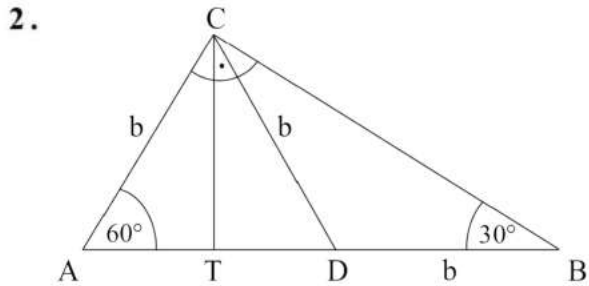
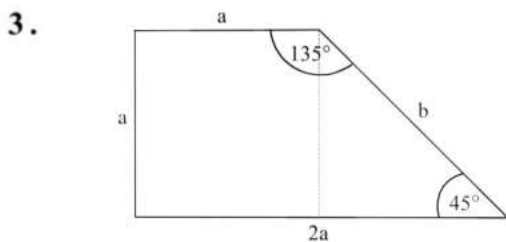


VII. GEOMETRIA

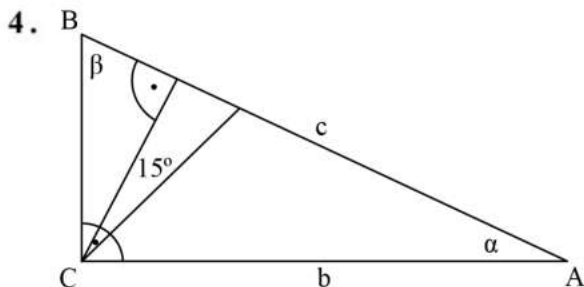
1. a) Biztosan igaz. 1 pont
 b) Lehet hogy igaz, de nem biztos. 1 pont
 c) Lehetetlen. 1 pont
 d) Lehetetlen. 1 pont
 e) Lehet hogy igaz, de nem biztos. 1 pont



- a) 60° -os 1 pont
 b) 30° -os 1 pont
 c) 5 cm 1 pont
 d) 5 cm 1 pont
 e) 10 cm 1 pont
 f) 1 : 2 1 pont



- a) Rajz az oldalak helyes jelölésével. 1 pont
 b) 45° 1 pont
 c) 135° 1 pont
 d) A Pitagorasz-tétel alkalmazásához szükséges háromszög bejelölése. 1 pont
 e) A Pitagorasz-tétel felírása konkrét adatokkal: $b^2 = 10^2 + 10^2$ vagy $b = a\sqrt{2}$. 1 pont
 f) A b szár értéke $\sqrt{200}$ vagy $10 \cdot \sqrt{2}$. 1 pont



- a) helyesen felrajzolt ábra, megfelelő jelölésekkel 1 pont
 b) $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ 1 pont
 c) $c = 4$ cm (amit az ábrán jelöl vagy a számításában felhasznál) 1 pont
 d) $b^2 = c^2 - a^2$ vagy $4^2 - 2^2 = 12$ (a Pitagorasz-tétel felírása betűvel vagy számmal) 1 pont
 e) a négyzet területe: 12 (12 cm^2) 1 pont

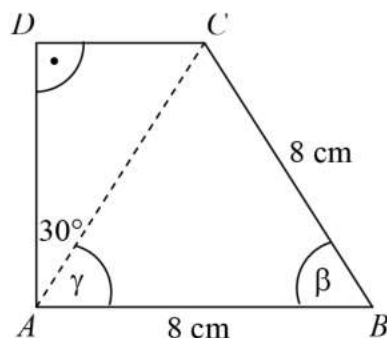
5. a) $\angle ABC = 54^\circ$ 1 pont
 b) $\angle BEC = 72^\circ$ 1 pont
 c) $\angle DEA = 72^\circ$ 1 pont
 d) $\angle CED = 36^\circ$ 1 pont

6. a) I 1 pont
 b) H 1 pont
 c) H 1 pont
 d) H 1 pont
 e) I 1 pont
 f) I 1 pont

7. a) $\alpha = 60^\circ$ 1 pont
 b) $\beta = 120^\circ$ 1 pont
 c) A megoldásból kiderül, hogy a rombusz átlói merőlegesek és felezik egymást. 1 pont
 d) A Pitagorasz-tétel felírása vagy a pitagorasz-i számhármásra való utalás. 1 pont
 e) A rombusz oldala 5 (egység). 1 pont
 f) A terület 20 (egység). 1 pont

8. a) I 1 pont
 b) H 1 pont
 c) H 1 pont
 d) I 1 pont
 e) I 1 pont
 f) H 1 pont

9. a) A 30° jó helyre írása. 1 pont
 b) A 8 cm mindkét helyre történt beírása. 1 pont
 c) $\gamma = 60^\circ$ 1 pont
 d) $\beta = 60^\circ$ 1 pont
 e) $DC = 4$ cm 1 pont



10. a) $\varepsilon = 30^\circ$ 1 pont
 b) $\delta = 120^\circ$ 1 pont
 c) $\gamma = 90^\circ$ 1 pont
 d) $AB = 32$ 1 pont

11. a) igaz 1 pont
 b) igaz 1 pont
 c) igaz 1 pont
 d) hamis 1 pont

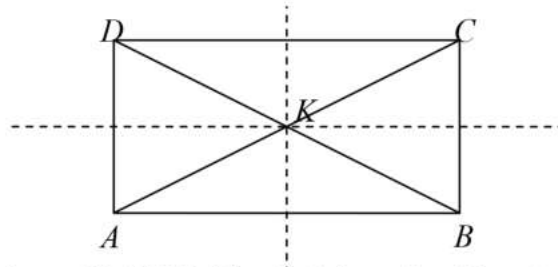
12. a) $\alpha = 75^\circ$ 1 pont
 b) $\gamma = 30^\circ$ 1 pont
 c) $BD = 4$ 1 pont
 d) $T_{ABC} = 16$ (területegység) 1 pont

13. a) $\beta = 80^\circ$ 1 pont
 b) $\alpha = 10^\circ$ 1 pont
 c) $\delta = 40^\circ$ 1 pont
 d) $\varepsilon = 50^\circ$ 1 pont
 e) $PB = 5$ 1 pont

Ha valamelyik részeredményt rosszul határozta meg, és azzal elvileg helyesen és pontosan számolt tovább, akkor a hibás részeredményért nem jár pont, de a további pontokat kapja meg!

14. a) $\gamma = 135^\circ$ 1 pont
 b) 4 1 pont
 c) 6 (cm) 1 pont
 d) 28 (cm²) 1 pont
 e) A terület meghatározásának bármilyen helyes módszere (például háromszög terület, átdarabolás, ...). 1 pont

15. a)



A feladat szövegének megfelelő hibátlan és hiánytalan ábra (ha nem tünteti fel a téglalap derékszögeit, valamint az egyenlő oldalakat, de érzékelhetően téglalapot rajzolt, akkor nem kell hiányosnak tekinteni emiatt a vázlatot).

1 pont

b) Mivel a két átló és a két szimmetriatengely 8 egybevágó háromszögre bontja a téglalapot (vagy: Mivel a két átló négy egyenlő területű háromszögre bontja a téglalapot), Ha a b) item gondolata úgy jelenik meg a megoldásban, hogy valamennyi megfelelő háromszögbe beírta a területek egyenlő mérőszámát, akkor is kapja meg a b) item 1 pontját!

1 pont

c) a téglalap területe 48 (cm²).

1 pont

d) $BC = 6$ (cm)

1 pont

e) A keresett távolság az ABD háromszög BD oldalhoz tartozó magassága, ezért a háromszög területképlete alapján

1 pont

Ha az e) item gondolata csak a számolásában jelenik meg, akkor is kapja meg az e) item 1 pontját!

f) a hossza 4,8 (cm).

1 pont

Ha a d, e) és f) itemekben hibás téglalapterülettel vagy hibás $BC = AD$ oldalhosszal a továbbiakban helyesen számol, illetve indokol, akkor is kapja meg a megfelelő item 1 pontját!

16. a) Például: ABE háromszög.

1 pont

b) Például: $AKEF$ négyszög.

1 pont

c) Például: $ACDF$ négyszög.

1 pont

d) Például: $ADEF$ négyszög.

1 pont

Minden itemre 1 pontot kaphat a felvételiző függetlenül attól, hogy hány helyes alakzatot ad meg az adott itemre. Ha egy itemben hibás alakzatot is megad, akkor arra az itemre ne kapjon pontot! A fenti példáktól eltérő más helyes megoldást is el kell fogadni!

17. a) E

1 pont

b) C és D

1 pont

c) B és F

1 pont

d) E

1 pont

Minden itemre 1 pont adható, ami csak akkor jár, ha minden jó betűjelet felsorolt, és nem írt be oda nem illőt.

18. a) Egy darab 1×16 -os, egy darab 2×8 -as és egy darab 4×4 -es téglalapnak kell szerepelni.

2 pont

Ha mind a három jó téglalapot lerajzolta a tanuló, akkor 2 pont jár. Ha egy vagy két jó téglalapot rajzolt és rosszat nem, akkor 1 pontot kap. Ha rossz téglalap is szerepel a rajzon, akkor kapjon a diák egy ponttal kevesebbet, mint ami a rossz rajz nélkül megilletné, de legalább 0 pontot!

b) (Legalább) egy szimmetriatengely berajzolása.

1 pont

Ha rossz egyenest is berajzol szimmetriatengelyként, akkor a b) itemre ne kapjon pontot!

- c) (A téglalap kerülete:) 28 (egység) 1 pont
 d) Az átló hosszának négyzete = $8^2 + 6^2$ (helyesen felírt Pitagorasz-tétel) 1 pont*
 e) Az átló hossza = $\sqrt{100} = 10$ (egység). 1 pont*

*Ha rosszul olvasta le az oldalak hosszát, és ezekkel a hibás adatokkal helyesen és pontosan számol tovább, akkor a *-gal jelzett megfelelő pontokat kapja meg!*

19. a) Minden állításhoz rajzolt helyes ábra 1 pontot ér. 4 pont

Ha egy állításhoz több megoldást is ad a tanuló, és azok mindegyike helyes, akkor is állításonként csak 1 pontot kap.

Ha egy állításhoz több megoldást is ad a tanuló, és azok között van hibás, akkor arra az állításra nem kap pontot.

20. a) $\beta = 50^\circ$ 1 pont
 b) $\alpha = 80^\circ$ (például, mert $\alpha = 130^\circ - \beta$) 1 pont
 c) $\gamma = 40^\circ$ (például, mert $\gamma = 90^\circ - \beta$) 1 pont
 d) $\delta = 50^\circ$ (például, mert $\delta = 90^\circ - \gamma = \beta$) 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számol, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat!

21. a) $T_{PQC} = T_{QBC}$ 1 pont
 b) $\frac{PQ \cdot 12}{2} = 36$ 1 pont
 c) $PQ = 6$ (cm) 1 pont
 d) $AB = 3 \cdot PQ = 18$ (cm) 1 pont
 e) $T_{ABCD} = AB \cdot 12 = 18 \cdot 12 = 216$ (cm²) 1 pont

A d) item 1 pontja akkor is jár, ha a fenti megoldás szerinti a helyes gondolatot tükröző ($AB = 3 \cdot PQ$) végeredményt írja le a vizsgázó.

A d) item 1 pontját akkor is kapja meg, ha bármely más helyes gondolatot (például $T_{ABCD} = 6 \cdot T_{QBC}$) tükröző számolást végez.

Ha az AB hosszára hibás eredményt kapott a vizsgázó, de azzal helyesen és pontosan számolt, akkor kapja meg az e) item 1 pontját!

22. a) $\alpha = 105^\circ$ 1 pont
 b) $\angle PAC = 75^\circ$ 1 pont
 c) $\angle ACP = 70^\circ$ 1 pont
 d) $\delta = 35^\circ$ 1 pont

Ha a felvételiző valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számol, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat!

23. a) $\beta = 52^\circ$ 1 pont
 b) A szokásos jelöléssel: $\frac{\alpha}{2} = 36^\circ$ 1 pont
 c) $\frac{\beta}{2} = 26^\circ$ 1 pont
 d) $\varepsilon = \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} \right) = 62^\circ$ 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számol, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat!

Ha az egyes szögértékeket (és a megoldás menetét is) csak az ábrába írja bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat!

24. a) 50° 1 pont
 b) $\alpha = 60^\circ$ 1 pont
 c) 70° 1 pont
 d) $\mu = 115^\circ$ 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számol, akkor is kapja meg a további, megfelelő pontokat! Ha a tanuló az ábrába írta be a helyes szögértékeket, akkor is kapja meg a megfelelő item pontjait!

25. a) 8 (cm) 1 pont
 b) 40° 1 pont
 c) 80° 1 pont
 d) 20° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal helyesen és pontosan számol tovább, akkor is kapja meg a további megfelelő pontokat! Ha a felvételiző az ábrába írta be a helyes szögértékeket, akkor is kapja meg a megfelelő item pontjait!

26. a) 30° 1 pont
 b) 70° 1 pont
 c) 70° 1 pont

Ha a tanuló a szögértékeket csak az ábrába írta be, az eredményeit akkor is értékelni kell. Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számol, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat!

- d) A helyes megállapítás és a helyes indoklás is 1-1 pontot ér. 2 pont

Például: A CPQ háromszög egyenlő szárú háromszög, mert az ε és a γ szög is 70° -os. Vagy: A CPQ háromszög hegyesszögű háromszög, mert mindhárom szöge kisebb 90° -nál.

A tanuló által kiszámított szögértékekből következő bármely helyes megállapítást és az ezek alapján helyesen leírt indoklást értékelni kell.

27. a) B ; C 1 pont
 b) A ; C ; E 1 pont
 c) B ; D ; E 1 pont
 d) B ; C ; D 1 pont

Az egyes itemekre csak akkor jár az 1 pont, ha az összes helyes betűjelet leírta, és hibás betűjelet nem sorolt fel.

28. a) 75° 1 pont
 b) 75° 1 pont
 c) 15° 1 pont

Ha a tanuló a szögértékeket csak az ábrába írta be, az eredményeit akkor is értékelni kell. Ha a dolgozatból egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számol, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat!

- d) A helyes megállapítás és a helyes indoklás is 1–1 pontot ér. 2 pont

Például: Az ABCE négyszög deltooid, mert az ABC és az ACE háromszög egybevágó. Vagy: Az ABCE négyszög konvex, mert nincs homorú szöge.

A felvételiző által kiszámított szögértékekből következő bármely helyes megállapítást és az ezek alapján helyesen leírt indoklást értékelni kell.

- 29.** a) 70° 1 pont
b) 35° 1 pont
c) 35° 1 pont
d) 40° 2 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

- 30.** a) 6 (cm) 1 pont
b) 75° 1 pont
c) 20° 1 pont
d) 65° 1 pont
e) 50° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a további megfelelő pontokat.

- 31.** a) 40° 2 pont
b) 100° 1 pont
c) 40° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta be, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

- 32.** a) 70° 1 pont
b) 55° 1 pont
c) 30° 1 pont
d) 125° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat. Ha a szögek értékét csak az ábrába írta be, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

- 33.** a) 25° 2 pont
b) 20° 1 pont
c) 110° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat. Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

34. a) 70° 1 pont
 b) 40° 1 pont
 c) 30° 1 pont
 d) 75° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat. Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

35. a) A teljes megoldás: 7 pont

Egy lehetséges megoldási mód:

A háromszög külső szögeinek összege 360° . 1 pont

A derékszög külső szöge 90° , 1 pont

így a hegyesszögek külső szögeinek összege $360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$. 1 pont

A két szög $5x$ és $4x$, amelyekre $5x + 4x = 270$ 1 pont

$x = 30$ (az egyenlet megoldása) 1 pont

A külső szögek nagysága 150° és 120° , 1 pont

így a hegyesszögek nagysága 30° és 60° . 1 pont

Egy másik lehetséges megoldási mód:

Legyen az egyik hegyesszög α , a másik $90^\circ - \alpha$. 1 pont

Az α külső szöge $180^\circ - \alpha$. 1 pont

A $90^\circ - \alpha$ nagyságú hegyesszög külső szöge $180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha$. 1 pont

A feltétel szerint $\frac{180 - \alpha}{90 + \alpha} = \frac{4}{5}$. 1 pont

$900 - 5\alpha = 360 + 4\alpha$ (átszorzás) 1 pont

$9\alpha = 540$ (rendezés) 1 pont

$\alpha = 60^\circ$, $90^\circ - \alpha = 30^\circ$ 1 pont

Ha a felvételiző a feladat megoldása során valahol hibásan számolt, akkor arra az itemre nem kap pontot, de ha azzal az értékkel helyesen számolt tovább, akkor a megfelelő pontokat kapja meg.

36. a) $\alpha = 120^\circ$ 1 pont
 b) $\beta = 80^\circ$ 2 pont
 c) $\gamma = 20^\circ$ 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat. Ha a szögek értékét csak az ábrába írta be, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

37. a) 80° 1 pont
 b) 60° 1 pont
 c) 40° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat. Ha a szögek értékét csak az ábrába írta be, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

38. a) 50° 1 pont
 b) 30° 2 pont
 c) 100° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

39. a) 80° 1 pont
 b) 40° 1 pont
 c) 40° 1 pont
 d) 30° 2 pont

Ha a felvételiző megoldásából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat. Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

40.

		Nem létezik	Van, de nem mindegyik ilyen	Valamennyi ilyen	
a)	Tengelyesen szimmetrikus.		X		1 pont
b)	Területe legfeljebb akkora, mint két szomszédos oldala hosszának a szorzata.			X	1 pont

c)	Az egyik szöge legalább 90° -os.			X	1 pont
d)	Az átlói merőlegesen felezik egymást.		X		1 pont

41. a) 105° 1 pont
b) 56° 2 pont
c) 19° (vagy $75^\circ - \beta$ vagy $180^\circ - \beta - \gamma$) 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

42. a) 80° 1 pont
b) 50° vagy $(180^\circ - \gamma) / 2$ 2 pont
c) 65° vagy $(180^\circ - \varepsilon) / 2$ vagy $45^\circ + \gamma / 4$ 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta be, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

43. a) 33° 1 pont
b) Az APC háromszög **egyenlő szárú.** 1 pont
c) 49° 1 pont
d) 98° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

44. a) 62° 1 pont
b) 56° 1 pont
c) 32° 1 pont
d) 92° 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

45. a) 70° 1 pont
b) 40° vagy $(90^\circ - \mu) \cdot 2$ 1 pont
c) 105° vagy $125^\circ - \alpha / 2$ 2 pont
d) 35° vagy $180^\circ - \alpha - \gamma$ vagy $55^\circ - \alpha / 2$ 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a

megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

46. a) 73° 1 pont
b) 69° vagy $180^\circ - 38^\circ - \delta$ 1 pont
c) 68° vagy $2 \cdot (180^\circ - 73^\circ - \delta)$ 1 pont
d) 150° vagy $360^\circ - 73^\circ - \alpha - \gamma$ vagy $360^\circ - 38^\circ - 2\alpha - \gamma / 2$ 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

47. a) 78° 1 pont
b) 34° 1 pont
c) 102° vagy $\gamma = 3\beta$ 1 pont
d) 44° vagy $\alpha = 180^\circ - 4\beta$ vagy $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma$ vagy $\alpha = 180^\circ - 102^\circ - \beta$ 1 pont

Ha a felvételiző dolgozatából egyértelműen kiderül, hogy valamelyik szög értékét rosszul számolta ki, de azzal a továbbiakban helyesen és pontosan számolt, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.

Ha a szögek értékét csak az ábrába írta bele, akkor is kapja meg a megfelelő pontokat.